يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين 1

الفضاء $\mathscr{E}$ منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط: $A(-2\,;-2{,}5\,;-4)$ و $B(4\,;4{,}5\,;-10)$ و $\Omega(6\,;7\,;-6)$

1) بيّن أنّ معادلة المستوى (P) واسط القطعة $[AB]$ هي: $6x+7y-6z-55=0$. — 0.5

2) بيّن أنّ معادلة الفلكة (S) التي مركزها Ω و المماسّة ل (P) هي: $(x-6)^2+(y-7)^2+(z+6)^2=36$. — 0.75

3) حدّد معادلة المستوى (R) الموازي للمستوى (P) و المماسّ أيضاً للفلكة (S) . — 0.5

4) نعتبر $N(a\,;b\,;c)$ نقطة من المستوى (P) بيّن أنّ $a^2+b^2+c^2\geq 25$. — 0.5

5) أ) أحسب $d(\Omega\,,(\Delta))$ ، حيث (Δ) المستقيم المارّ من $C(5\,;7\,;-3)$ و الموجّه ب $\vec{u}(3\,;4\,;1)$. — 0.5

ب) حدّد إحداثيات نقطتا تقاطع (Δ) و (S) . — 0.75

التمرين 2

يحتوي صندوق على 20 بطاقة تحمل كلّ واحدة منها سؤالاً. تتعلّق الأسئلة بمادّتي الرياضيات و الفيزياء و هي موزّعة كالتالي:

اثنا عشر بطاقة في الرياضيات: 8 أسئلة في الدوال و 4 أسئلة في الهندسة.

ثمان بطاقات في الفيزياء: 5 أسئلة في الميكانيك و 3 في الكيمياء.

يسحب مترشّح لمباراة معيّنة عشوائياً و في آن واحد بطاقتين من الصندوق (كلّ البطاقات غير قابلة للتمييز باللمس)

1) أحسب احتمال الحدث: A " سحب بطاقة في الدوال و بطاقة في الكيمياء" — 0.5

2) إذا علمت أنّ البطاقتين المسحوبتين في مادة الرياضيات، ما هو احتمال أن تكونا في الهندسة ؟ — 0.75

3) نعتبر X المتغيّر العشوائي المرتبط بعدد المواد المسحوبة.

حدّد قيم X الممكنة و بيّن أنّ: $p(X=1)=\dfrac{47}{95}$ ثمّ استنتج قانون احتمال X . — 1

التمرين 3

المستوى العقدي منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقطتين A و B التي لحقاهما على التوالي: $a=6+2\sqrt{3}i$ و $b=6-2\sqrt{3}i$

1) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-12z+48=0$. — 0.5

2) أكتب العددين العقديين a و b على الشّكل المثلثي. — 0.5+0.5

3) أكتب العدد العقدي $\dfrac{a}{b}$ على الشكل الجبري. — 0.5

4) حدّد طبيعة المثلث OAB . — 0.25

5) نعتبر النّقطة C التي لحقها $c=8$ بيّن أنّ B صورة A بالدوران $R(C,\dfrac{2\pi}{3})$. — 0.75

6) أكتب التمثيل العقدي للإزاحة التي متّجهتها $\overrightarrow{AB}$. — 0.5

التمرين 4

نعتبر التكاملين: $A = \int_1^{e^\pi} \sin(\ln x)\,dx$ و $B = \int_1^{e^\pi} \cos(\ln x)\,dx$

0.5 **1)** بيّن باستعمال مكاملة بالأجزاء أنّ: $A = -B$ (ضع: $u'(x) = 1$ و $v(x) = \sin(\ln x)$).

0.5 **2)** بيّن باستعمال مكاملة بالأجزاء أنّ: $B = -e^{\pi} - 1 + A$.

0.5 **3)** استنتج قيمة كلّ من A و B .

مسألـــة

الجزء الأوّل: نعتبر الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $h(x) = x + e^{-x} - 1$.

0.5 **1)** أ) أحسب $h'(x)$ و ضع جدول التغيرات.

0.25 **ب)** استنتج أنّ: $\forall x \in \mathbb{R} : x + e^{-x} \geq 1$.

0.5 **2)** حدّد مساحة الحيّز المحصور بين C_h و محور الأفاصيل و المستقيمين $x = 0$ و $x = \ln 2$.

0.5 **3)** تحقّق أنّ: $\forall x \geq 0 : h(x) - x \leq 0$

4) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرّفة ب: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = h(u_n)$.

0.5 أ) بيّن أنّ لكلّ n من $\mathbb{N}$: $0 \leq u_n \leq 1$.

0.5 **ب)** بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية، يمكنك استعمال نتيجة السؤال 3).

0.5+0.25 **5)** استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ثمّ حدّد $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

الجزء الثّاني: نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x) = xe^x + 1$.

0.5 **1)** أحسب $g'(x)$ و ضع جدول التغيرات.

0.25 **2)** استنتج أنّ $\forall x \in \mathbb{R} : xe^x + 1 > 0$.

الجزء الثالث: نعتبر الدالة f المعرّفة بما يلي: $\mathbf{f(x) = 2\ln(1 + xe^x)}$.

0.25 **1)** تحقّق أنّ $D_f = \mathbb{R}$ (يمكنك استعمال نتيجة السؤال 2) من الجزء الثاني)

0.25+0.5 **2)** أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و أعط تأويلاً هندسياً للنتيجة.

0.5 **3)** أ) تحقّق أنّ $f(x) = 2x + 2\ln(x + e^{-x})$ لكلّ x من $\mathbb{R}$.

0.75 **ب)** حدّد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و بيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$.

0.5 **ج)** بيّن أنّ C_f يقبل بجوار $+\infty$ فرعاً شلجمياً في اتجاه مستقيم يتمّ تحديد معادلته.

0.5 **د)** أدرس الوضع النّسبي ل C_f مع المستقيم $(\Delta) : y = 2x$ (يمكنك استعمال نتيجة السؤال 1) ب) من الجزء الأول)

0.5 **4)** أ) بيّن أنّ $f'(x) = \frac{2e^x(x+1)}{1 + xe^x}$ لكلّ x من $\mathbb{R}$.

0.5 **ب)** أدرس إشارة $f'(x)$ و ضع جدول التغيرات.

0.75 **5)** أنشئ C_f نأخذ $f(-1) \approx -1$